Künstliche Intelligenz

Problemlösen als Suche – Teil II

Dr. Christian Meilicke
Research Group Data and Web Science
Universität Mannheim

Teile der Vorlesung basieren auf einem
Foliensatz von Prof. Dr. Heiner Stuckenschmidt

Rückblick: Suchproblem

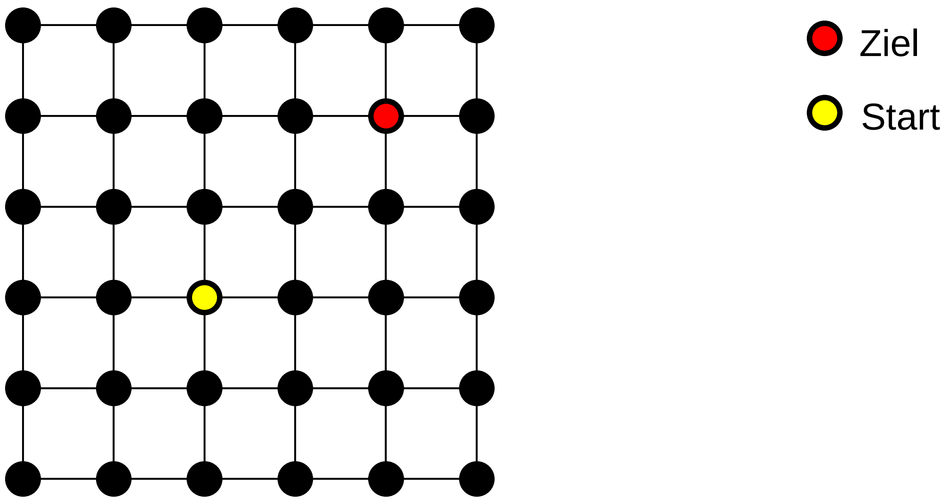
- Ein Suchproblem besteht aus:
  - einem **Ausgangszustand**
  - möglichen **Aktionen** und deren **Wirkung**
  - Einem **Zieltest**
  - Einer **Kostenfunktion**

- Die Lösung eines Suchproblems ist eine Sequenz von Handlungen, die vom Ausgangs- in einen Zielzustand führt

- *Bisher kennengelernt (unter anderem):*
  - *Breitensuche (Speicherproblem)*
  - *Tiefensuche (evtl. nicht vollständig, keine optimale Lösung)*
  - *Iterative Tiefensuche (verbindet gute Eigenschaften beider Verfahren)*

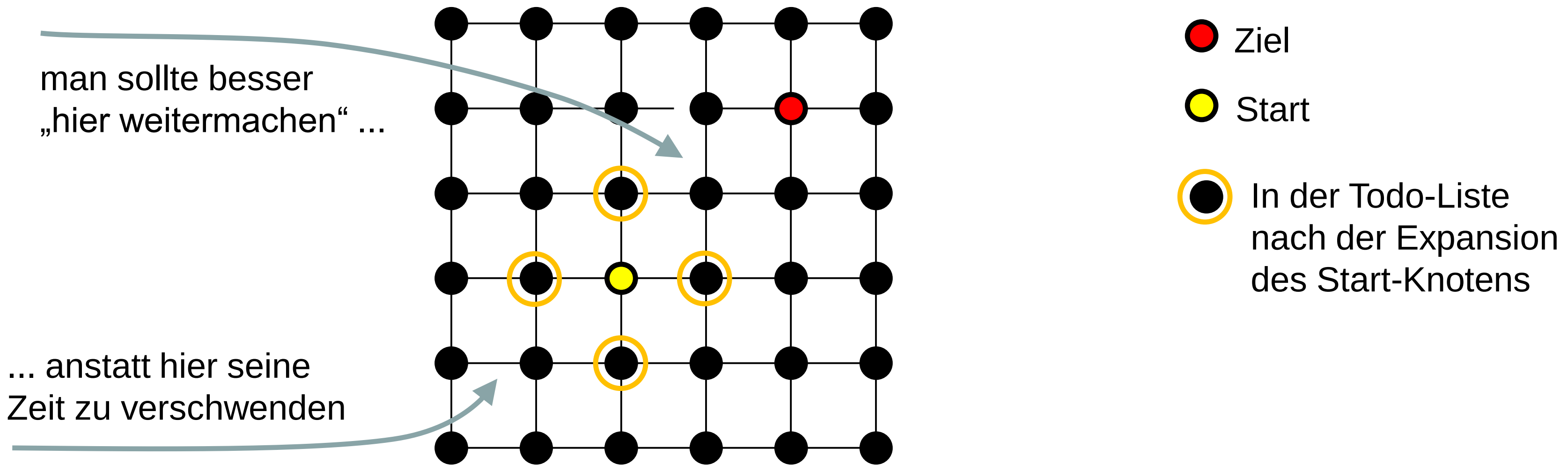
Motivation

- Wieso benötigen wir ein besseres Verfahren als die iterative Tiefensuche?
  - Im Fall nicht-konstanter Kosten ist dies klar
    - Keine optimale Lösung!
  - Auch im Fall von konstanten Kosten können wir bessere Verfahren anwenden! Siehe Beispiel:



Motivation

- Wieso benötigen wir ein besseres Verfahren als die iterative Tiefensuche?
  - Im Fall nicht-konstanter Kosten ist dies klar
    - Keine optimale Lösung!
  - Auch im Fall von konstanten Kosten können wir bessere Verfahren anwenden! Siehe Beispiel:



Informiert/Kostensensitiv

- Informierte Suche
  - Informationen in Bezug auf die Nähe des Ziels werden berücksichtigt
  - Es wird "voraus" gedacht

- Kostensensitive Suche
  - Kosten werden berücksichtigt
  - Im Gegensatz zu Verfahren, die nur Ebenen berücksichtigen

	uninformiert	**informiert**
nicht kostensensitiv	BS, TS, ...	-
kostensensitiv	Uniforme KS	Greedy, A*

Suchstrategien

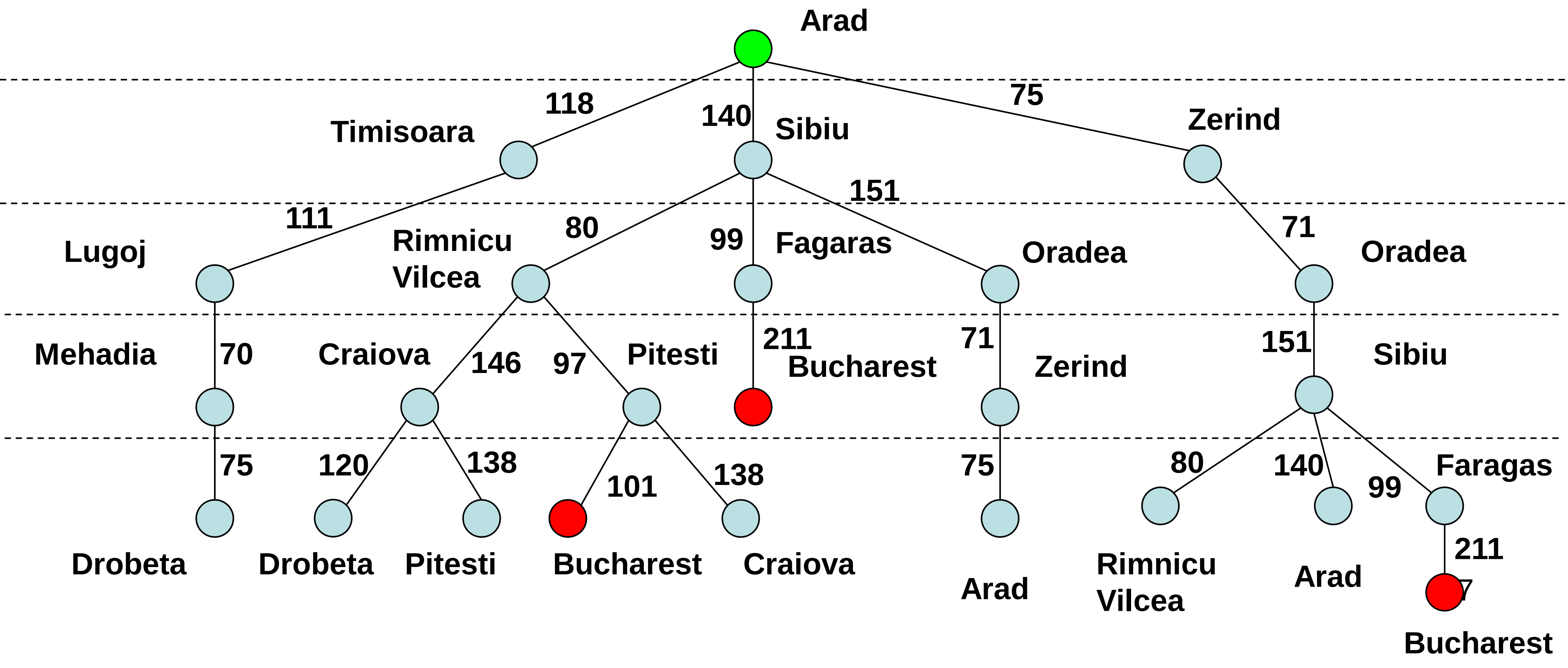
- Grundlegende Methoden
  - Breitensuche
  - Tiefensuche

- Varianten der Tiefensuche
  - Backtracking-Suche
  - Tiefenbegrenzte Suche
  - Iterative Tiefensuche

- Kostensensitive Suche (auch Bestensuche)
  - Uniforme Kostensuche
  - Greedy Suche
  - A* Suche

Kostensensitive Suche

Bei der “Bestensuche” gibt es eine Funktion f, die jedem Zustand einen Wert zuordnet. Basierend auf diesem Wert wird der jeweils aktuell “beste Zustand” expandiert. => Implementierung als Priority Queue



Wieder derselbe Algorithmus

```
List todo = [startState]
DO LOOP
   IF todo = []
      RETURN "Fail, no solution found"
   ELSE
      State s = selectState(todo)
      IF isSolution(s)
         RETURN "Solution found"
      ELSE
         List expandedStates = expand(s)
         add(expandedStates, todo)
```

FIFO ⇒ Breitensuche

LIFO ⇒ Tiefensuche

PriorityQueue ⇒ Bestensuche

Wie die Priorität berechnet wird, bestimmt die Art der Bestensuche

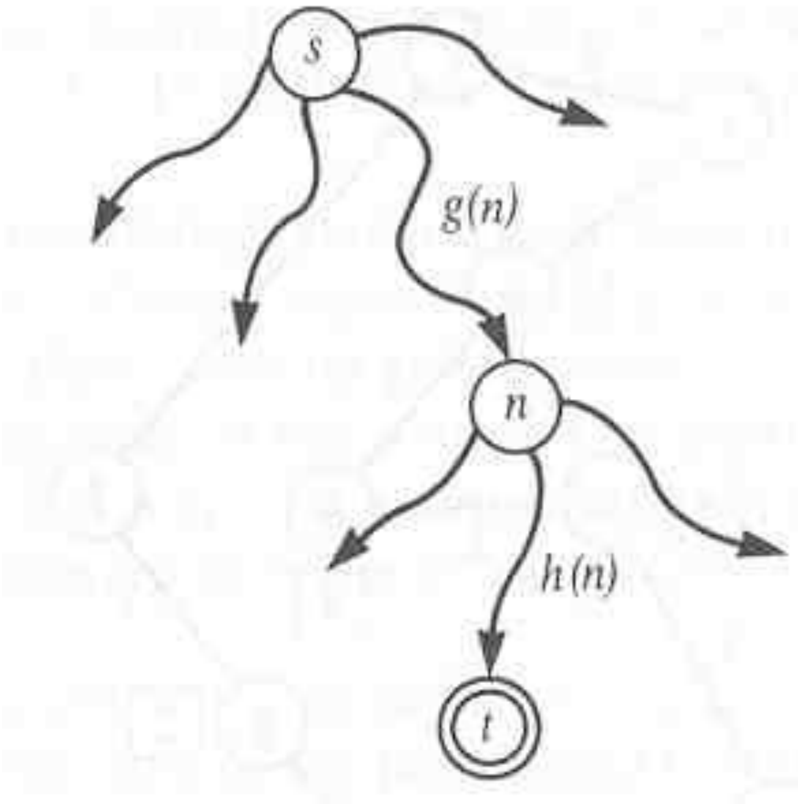
Wieder derselbe Algorithmus

Kostensensitive Suche

```
PriorityQueue todo = [startState]
DO LOOP
   IF todo = []
      RETURN "Fail, no solution found"
   ELSE
      State s = selectState(todo)
      IF isSolution(s)
         RETURN "Solution found"
      ELSE
         List expandedStates = expand(s)
         add(expandedStates, todo)
```

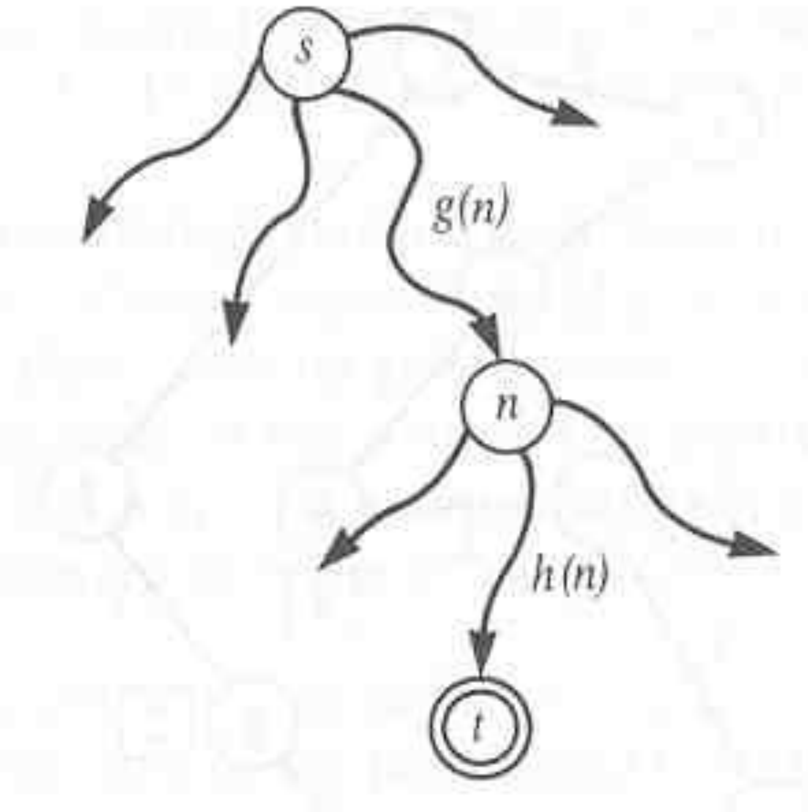
Bestimmung der Priorität

- s = start, t = target (ziel)
- Es wird immer der Knoten n mit dem kleinsten Wert für eine Funktion f(n) als nächstes bearbeitet
- Relevante Kosten eines Knotens n
  - bisherige Kosten g(n)
  - noch erwartere Kosten h(n)



Definition von f

- Es sei
  - s der Startzustand,
  - n der aktuelle Zustand
  - t ein Zielzustand



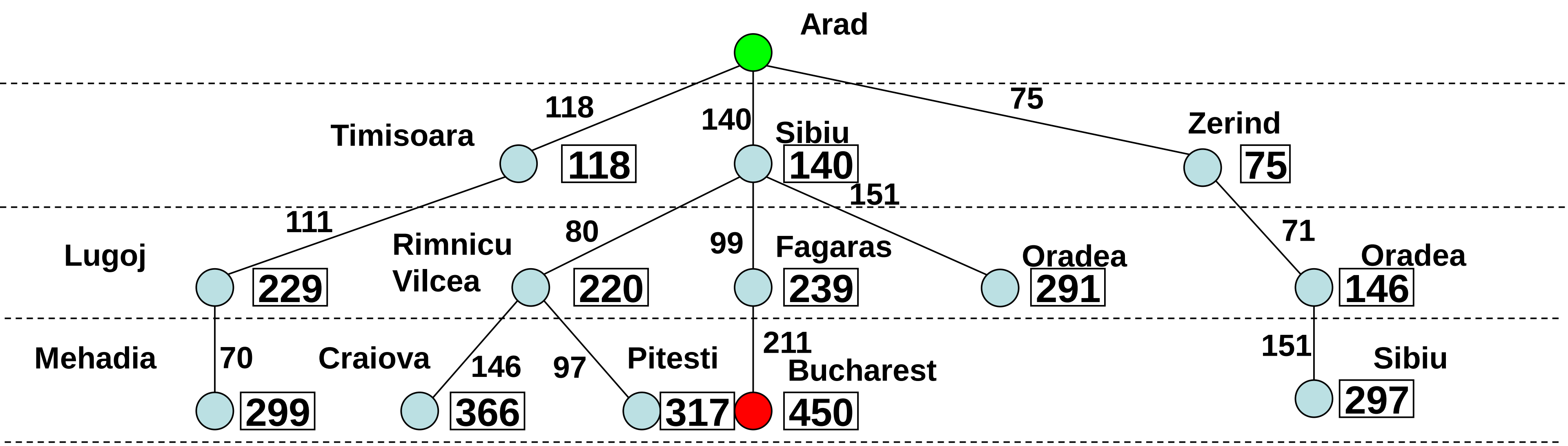
- Uniforme Kostensuche
$$f(n) = g(n)$$

- Greedy Suche
$$f(n) = h(n)$$

- A* Suche
$$f(n) = g(n) + h(n)$$

Uniforme Kostensuche

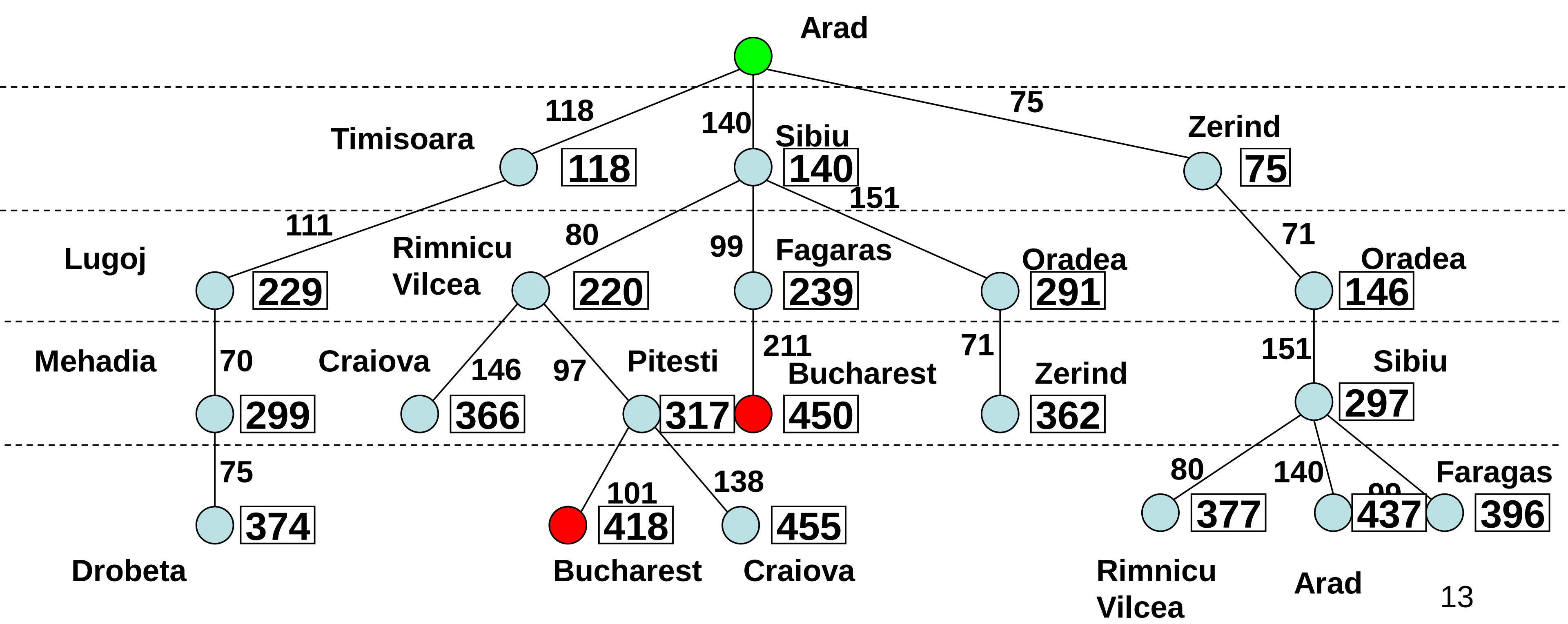
Es wird immer der Knoten mit den bisher geringsten Gesamtkosten g(n) expandiert, d.h. f(n) = g(n)



Frage: Ist das die optimale Lösung?

Uniforme Kostensuche

Eine Lösung ist optimal, wenn Sie als erstes expandiert werden soll. (Achtung: Animation ist auch hier noch nicht ganz vollständig)



Eigenschaften: Uniforme Kostensuche

- Vollständigkeit:

  JA/NEIN: bei Schritten mit Kosten 0 können Kreise entstehen. Sind alle Kosten grösser als ein Wert e > 0, ist das Verfahren vollständig

- Optimalität:

  JA: Der erste Lösungsknoten, <u>der expandiert werden soll</u> ist die optimale Lösung, da er die geringsten Kosten aufweist

- Zeitkomplexität:

  $O(b^{c/e})$: Anzahl der Schritte hängt von den Kosten der Lösung ab. Um auf diese Kosten zu kommen sind maximal c/e Schritte nötig

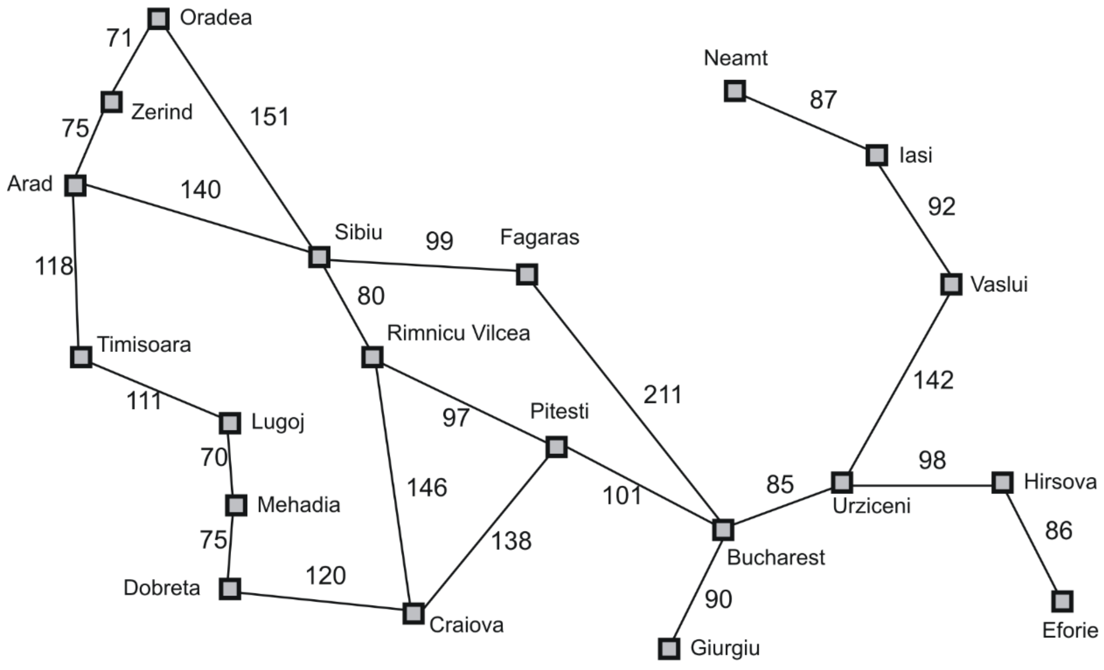
- Speicherkomplexität:

  $O(b^{1+c/e})$: Wie bei der Breitensuche werden alle expandierten Knoten gespeichert.

d = Tiefe der Lösung
m = Max.Tiefe des Suchbaums
b = Branching Faktor
c = Kosten der Lösung
e = Minimale Kosten pro Schritt

Zu erwartende Kosten

- Wie kann man eine Abschätzung der Restkosten erhalten?



8-Puzzle

hier ist es nicht so einfach die Restkosten abzuschätzen

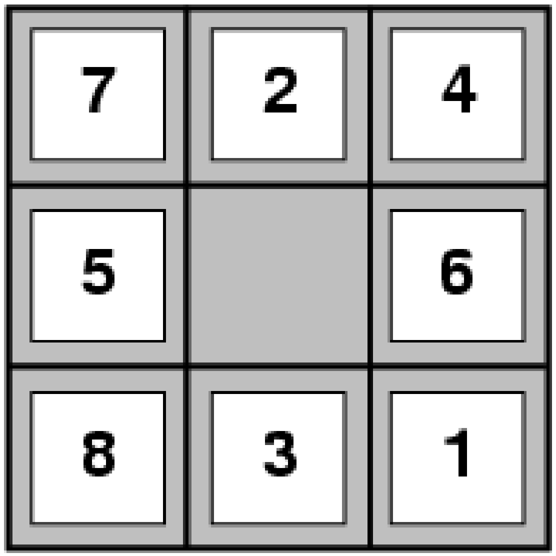
Online Demo

z.B. https://murhafsousli.github.io/8puzzle/#/

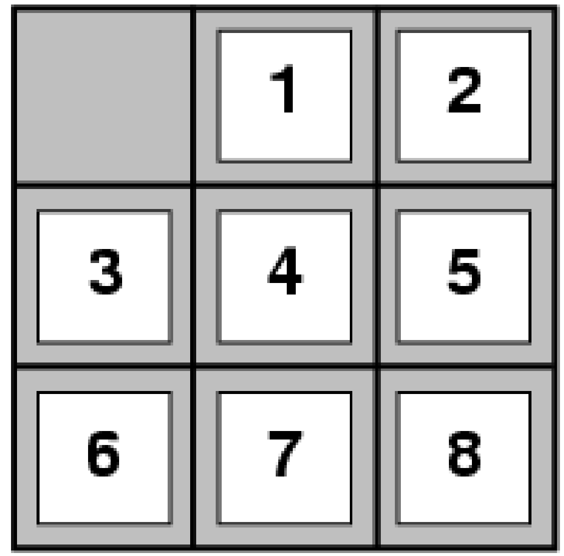
oder in Google nach `8 puzzle online` suchen

Shuffle => Show numbers => Selbst probieren => Solve

Heuristische Funktionen

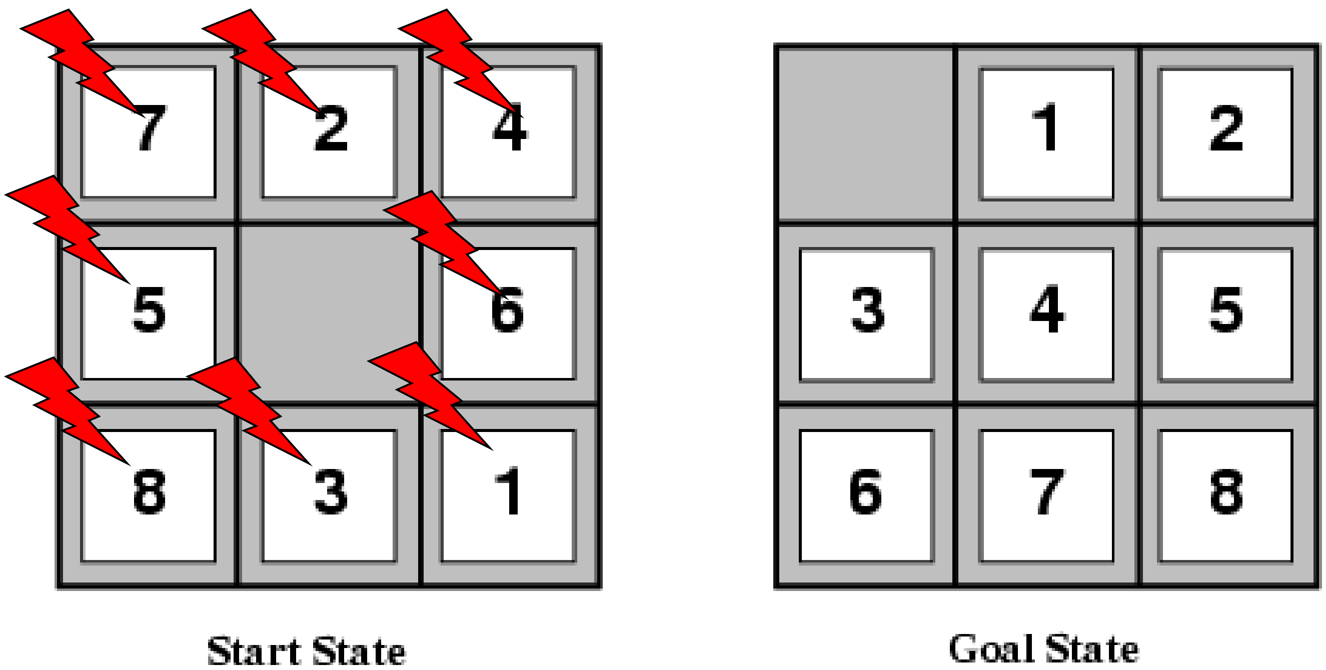


Start State



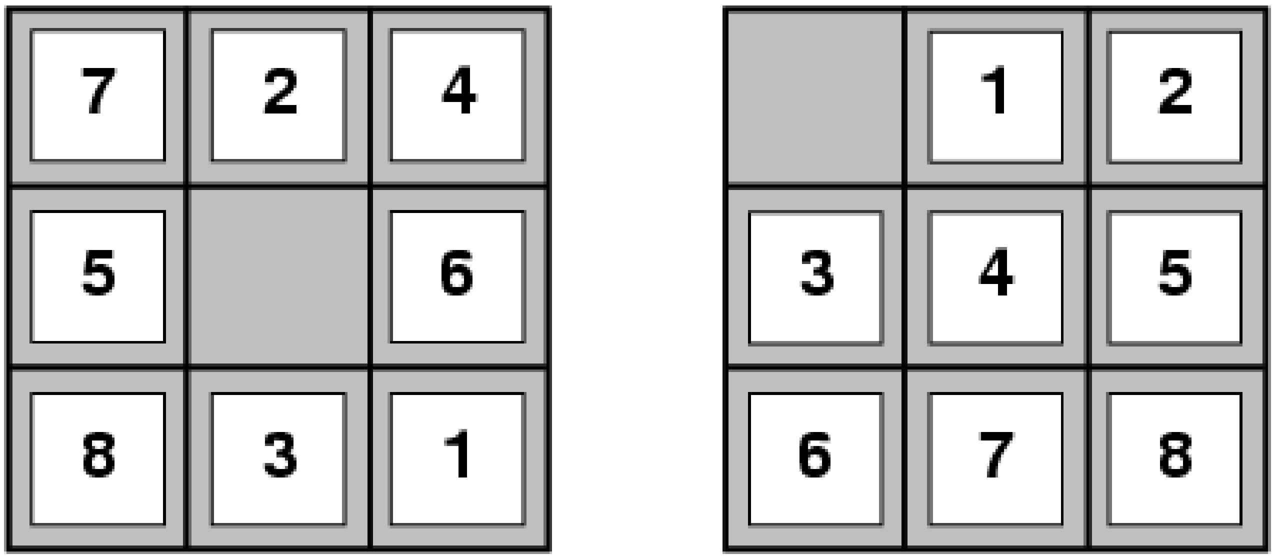
Goal State

Misplaced Tiles



Alle 8 Steine sind auf dem falschen Feld: Kosten = 8

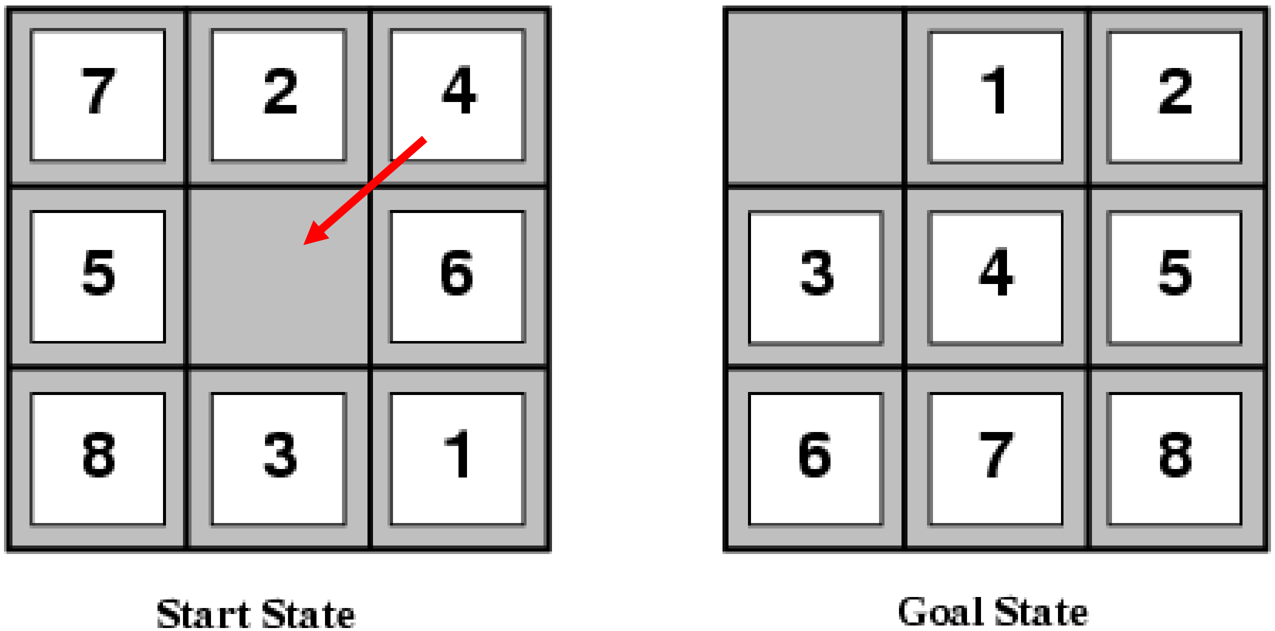
Gaschnig's Heuristik



Start State Goal State

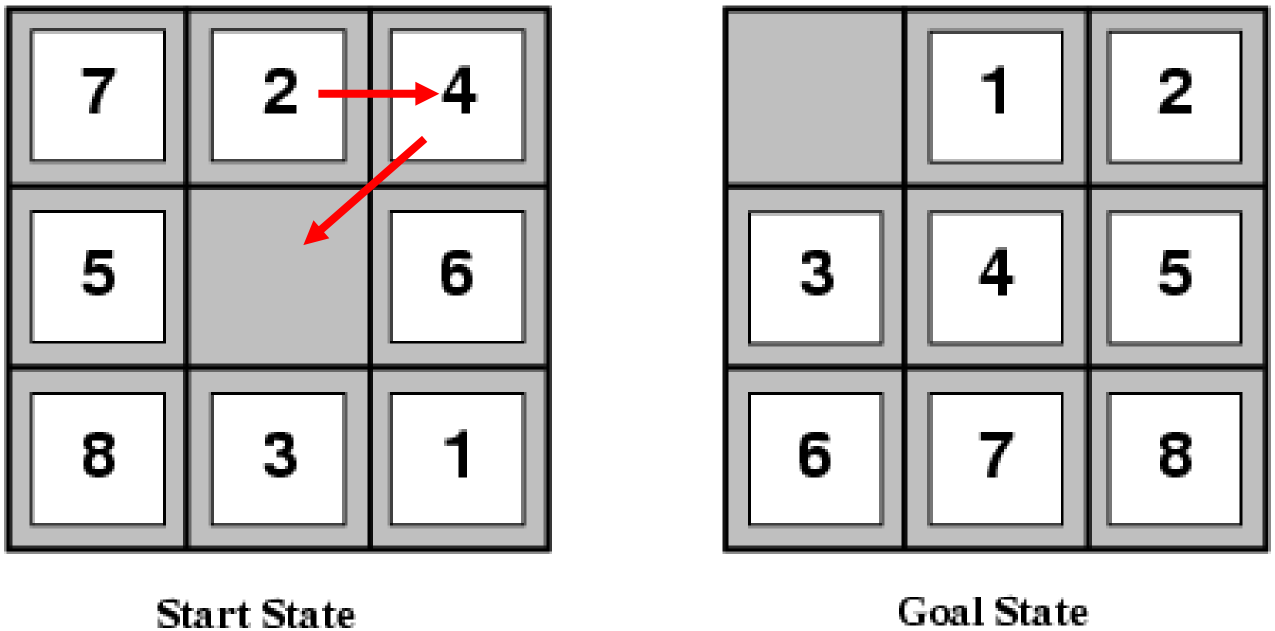
Lösung für den Fall, dass Steine direkt auf das freie Feld gelegt werden dürfen.

Gaschnig's Heuristik



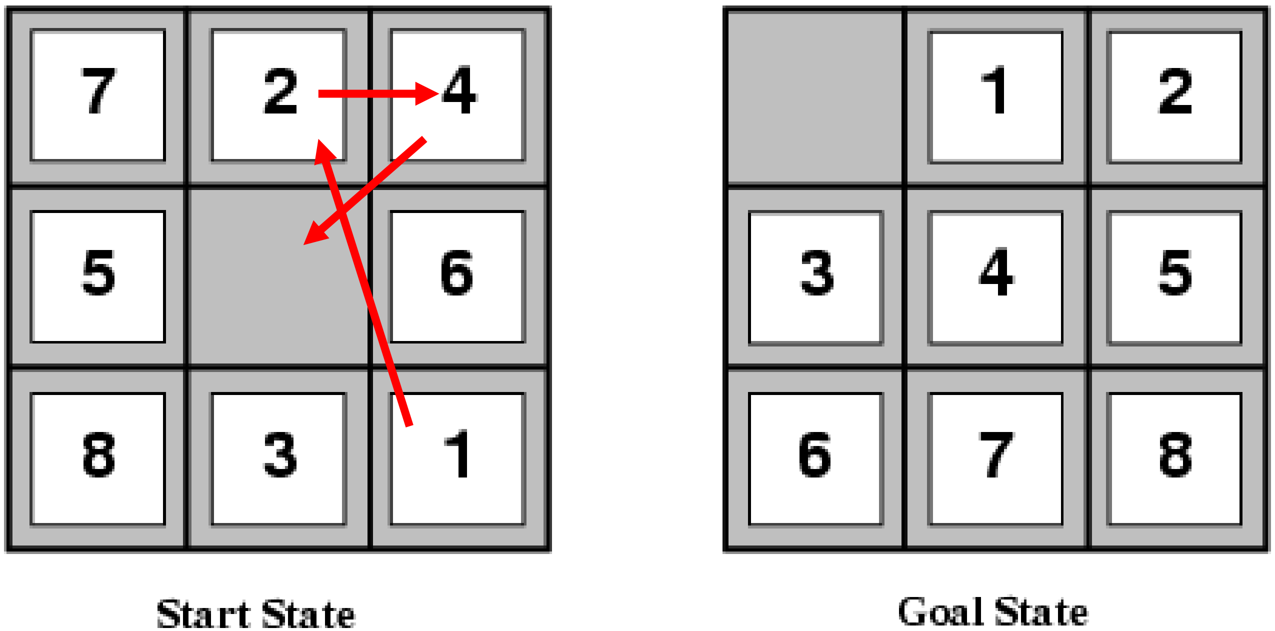
Lösung für den Fall, dass Steine direkt auf das freie Feld gelegt werden dürfen.

Gaschnig's Heuristik



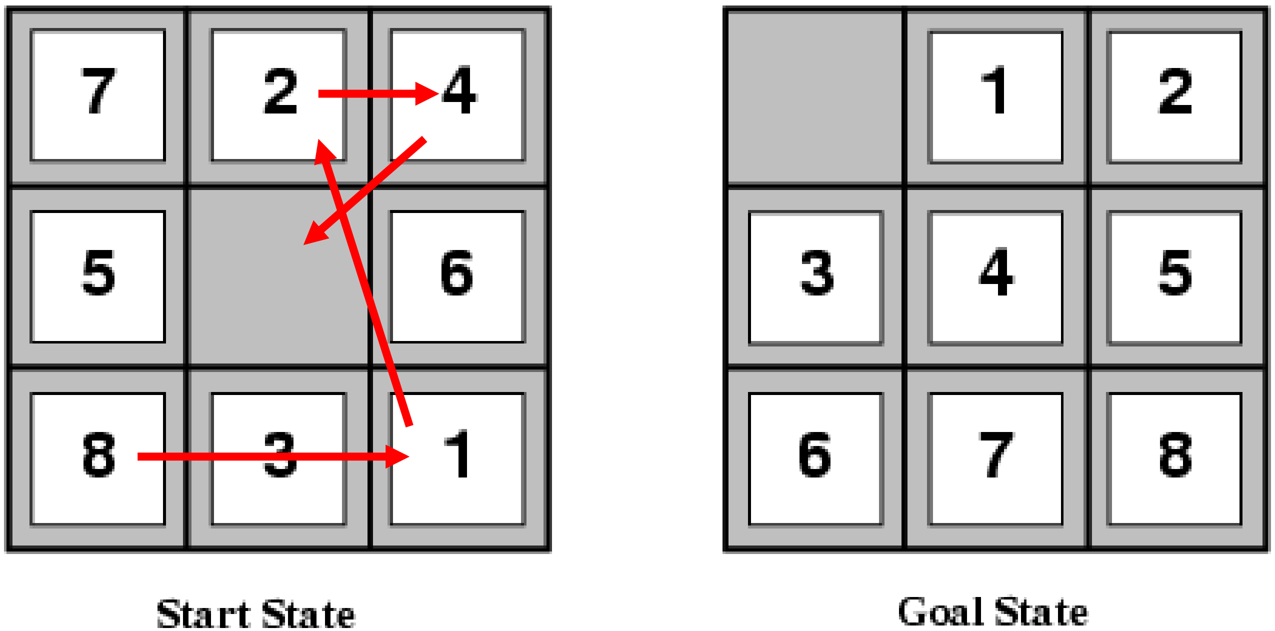
Lösung für den Fall, dass Steine direkt auf das freie Feld gelegt werden dürfen.

Gaschnig's Heuristik



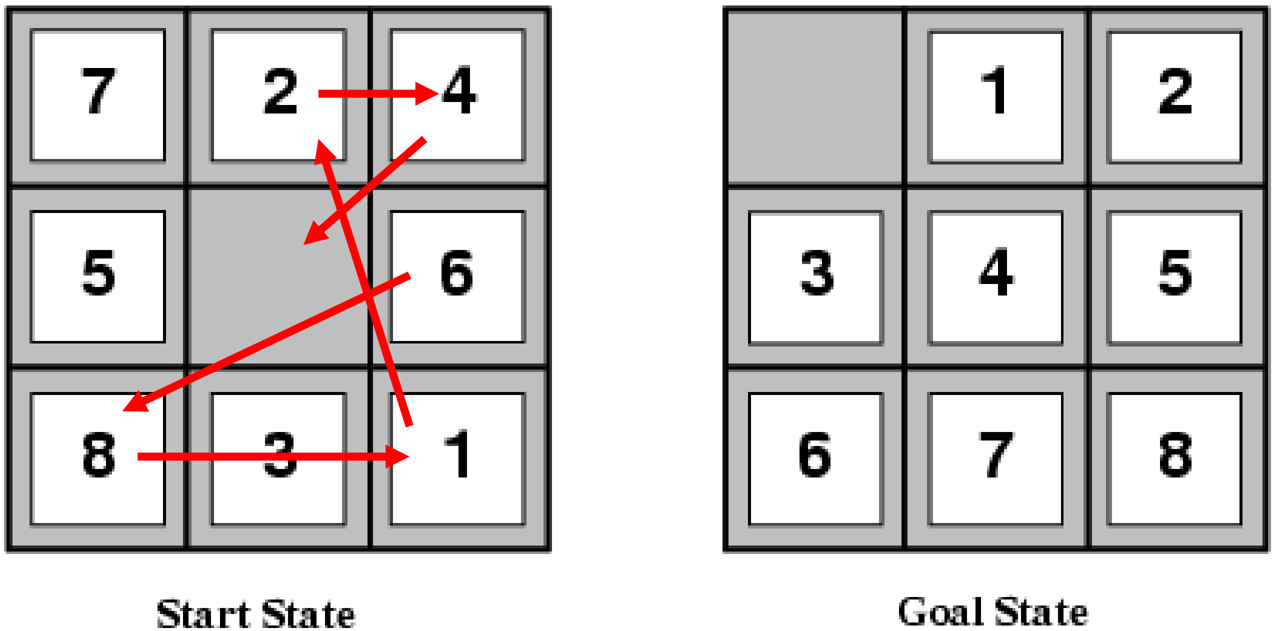
Lösung für den Fall, dass Steine direkt auf das freie Feld gelegt werden dürfen.

Gaschnig's Heuristik



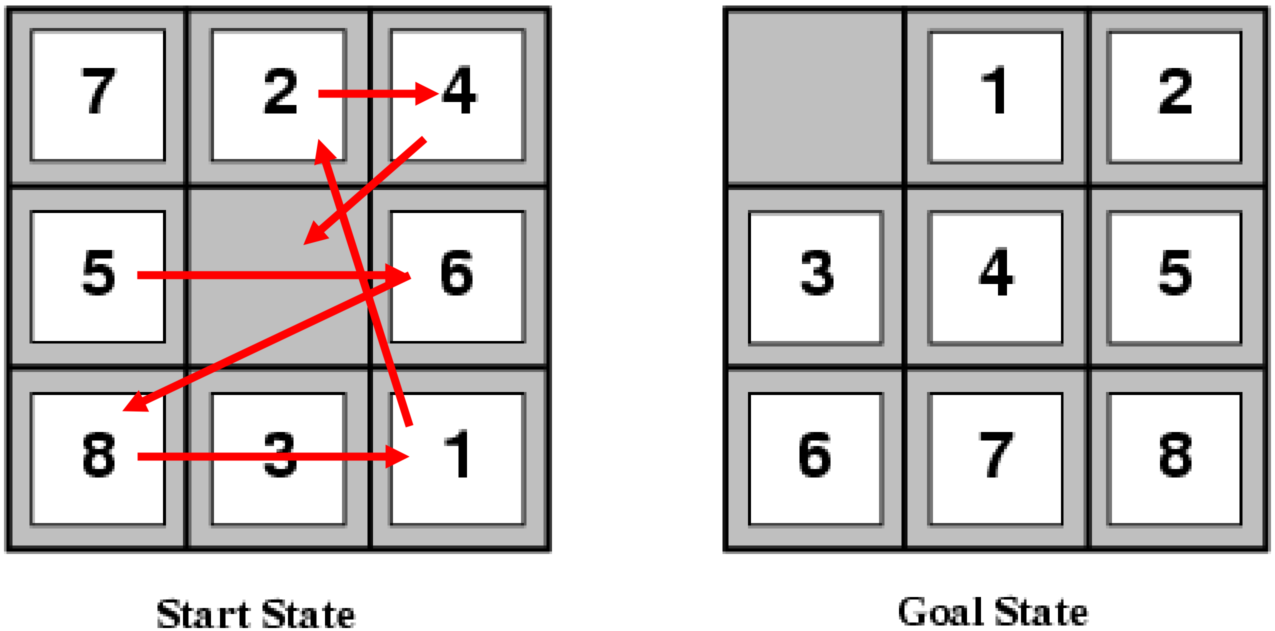
Lösung für den Fall, dass Steine direkt auf das freie Feld gelegt werden dürfen.

Gaschnig's Heuristik



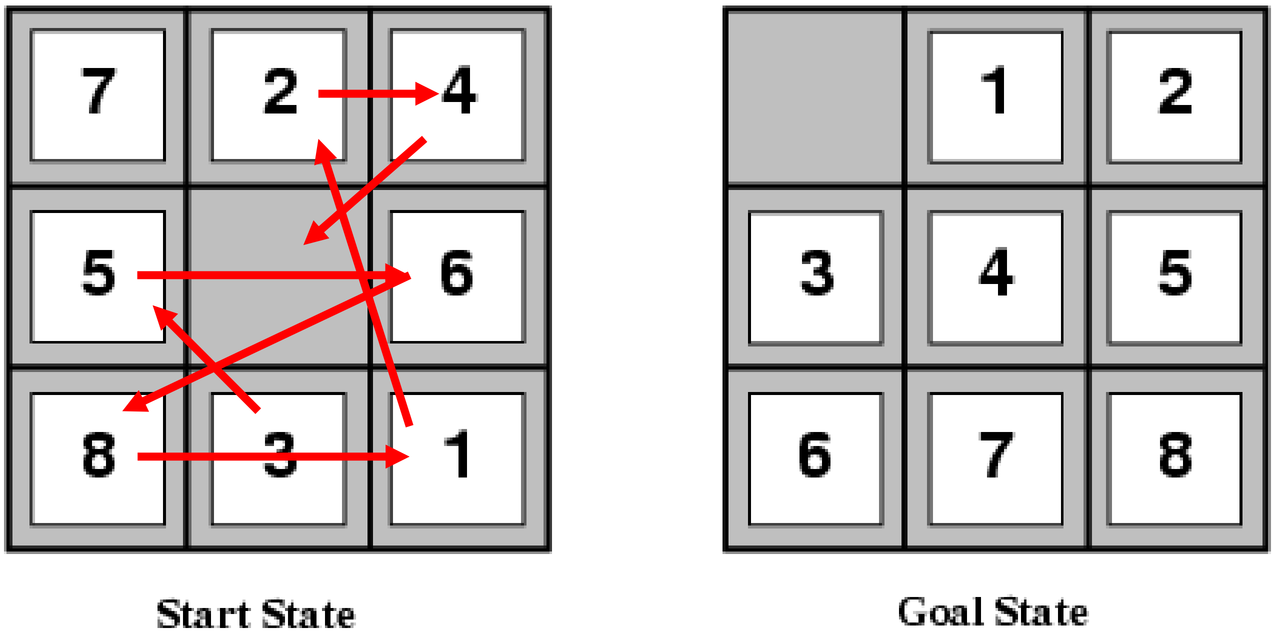
Lösung für den Fall, dass Steine direkt auf das freie Feld gelegt werden dürfen.

Gaschnig's Heuristik



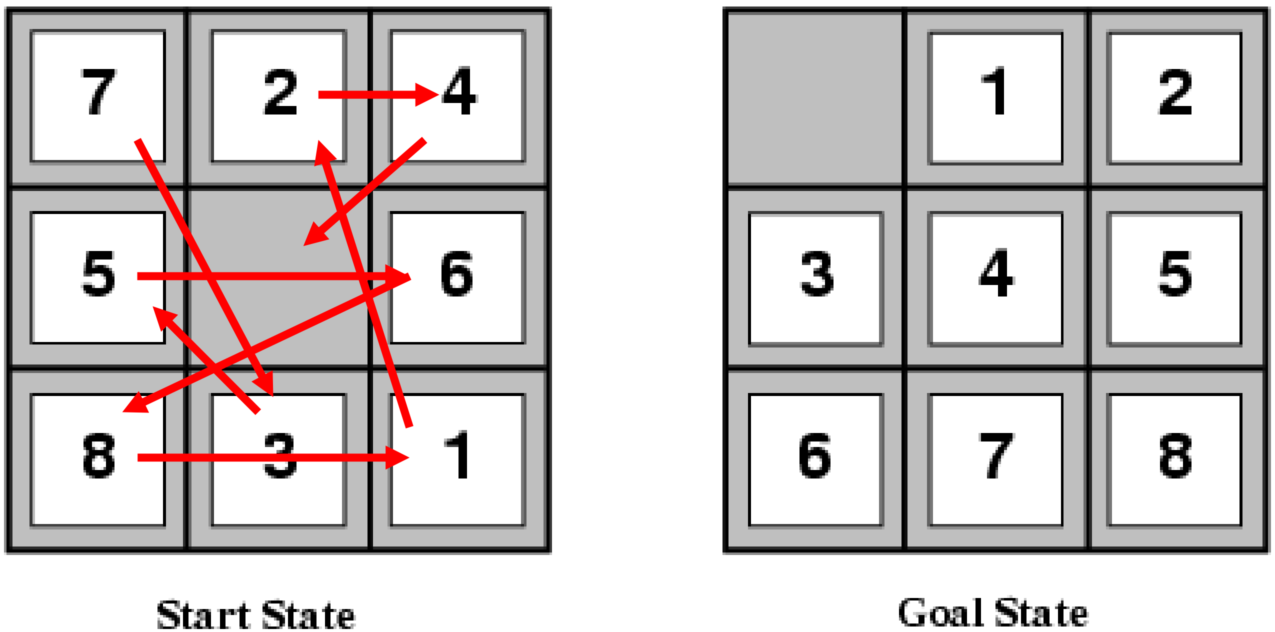
Lösung für den Fall, dass Steine direkt auf das freie Feld gelegt werden dürfen.

Gaschnig's Heuristik



Lösung für den Fall, dass Steine direkt auf das freie Feld gelegt werden dürfen.

Gaschnig's Heuristik



Lösung für den Fall, dass Steine direkt auf das freie Feld gelegt werden dürfen. Kosten = 8.

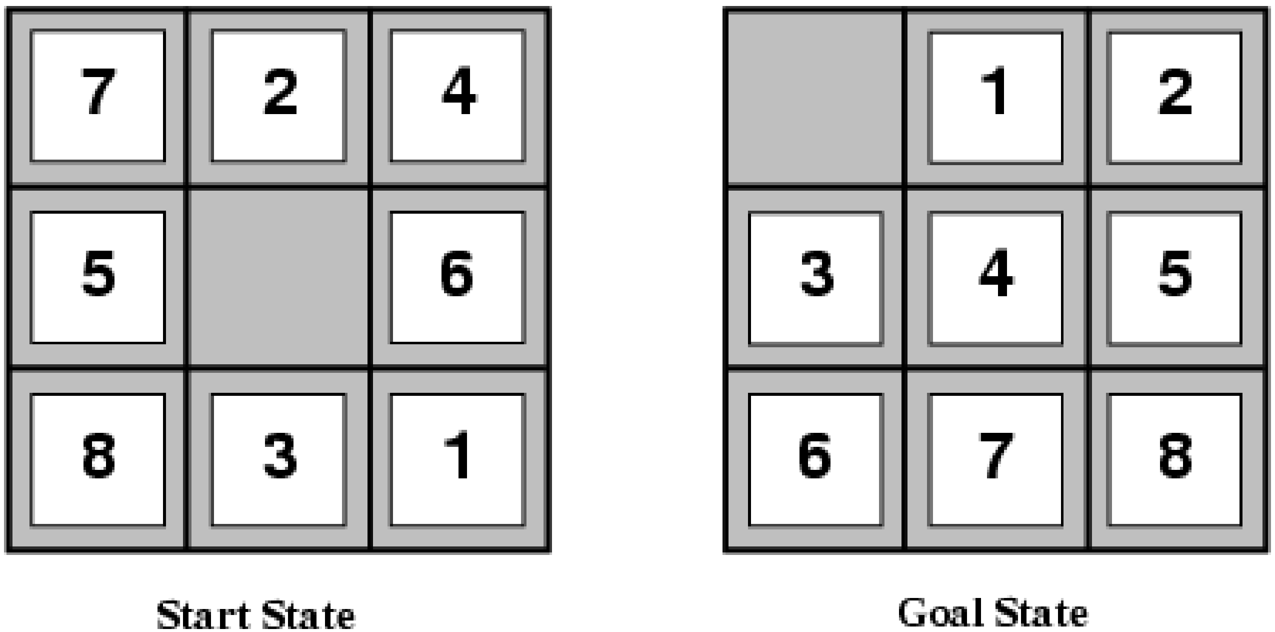
Misplaced Tiles vs. Gaschnig

- Sind die beiden Heuristiken gleich ?
  – Gegenbeispiel: zwei Steine sind vertauscht

- Welche ist genauer ?
  – Gaschnig ist genauer

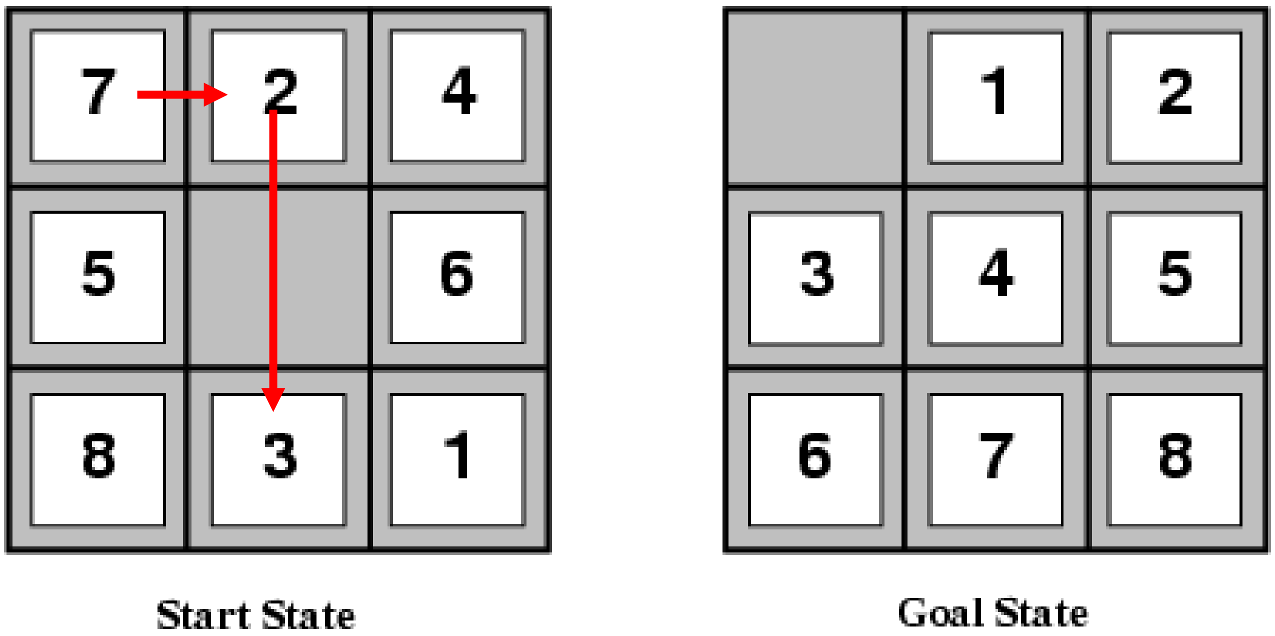
- Genereller Ansatz zur Entwicklung von Heuristiken:
  – Spielregeln vereinfachen (schummeln ;-)

Manhattan-Distanz



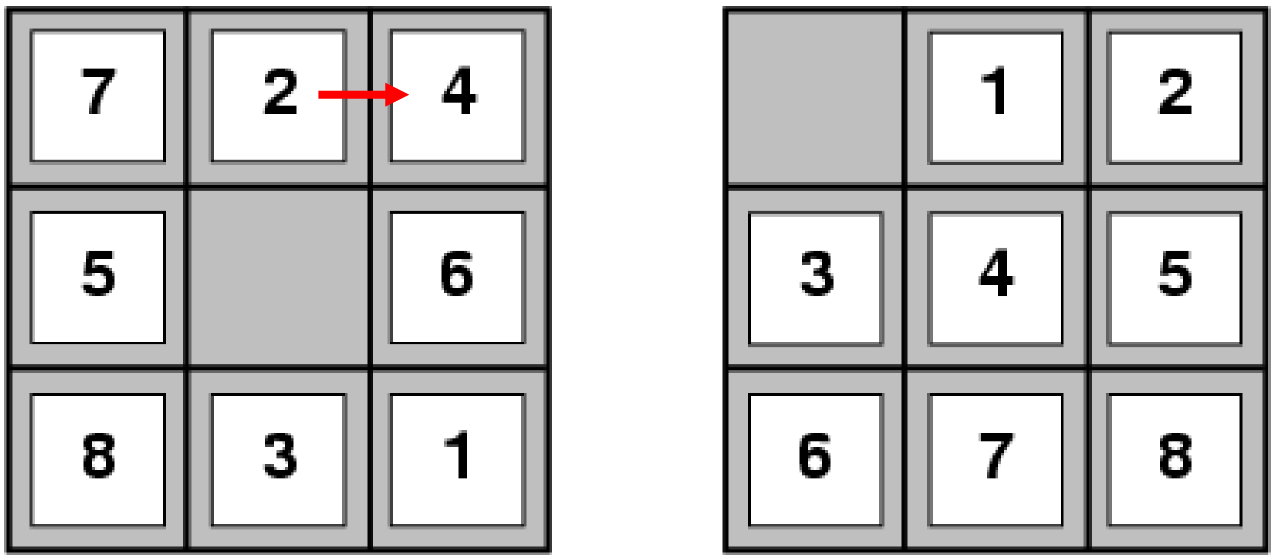
Steine dürfen über andere geschoben werden.

Manhattan-Distanz



Kosten = 3

Manhattan-Distanz

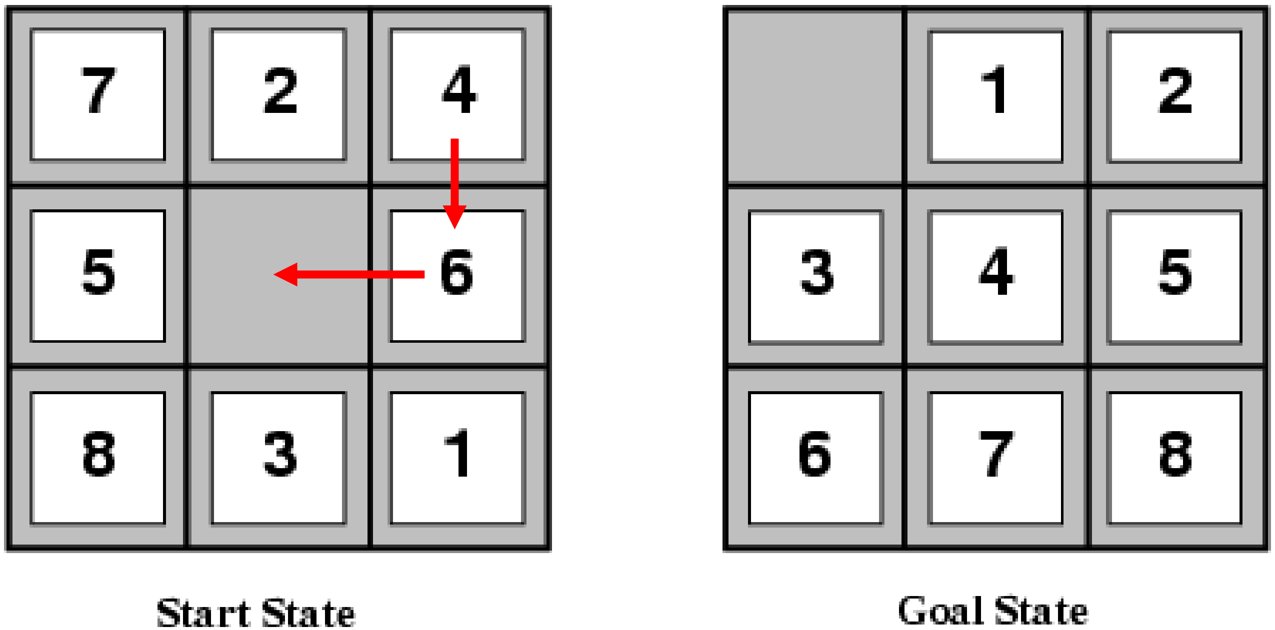


Start State

Goal State

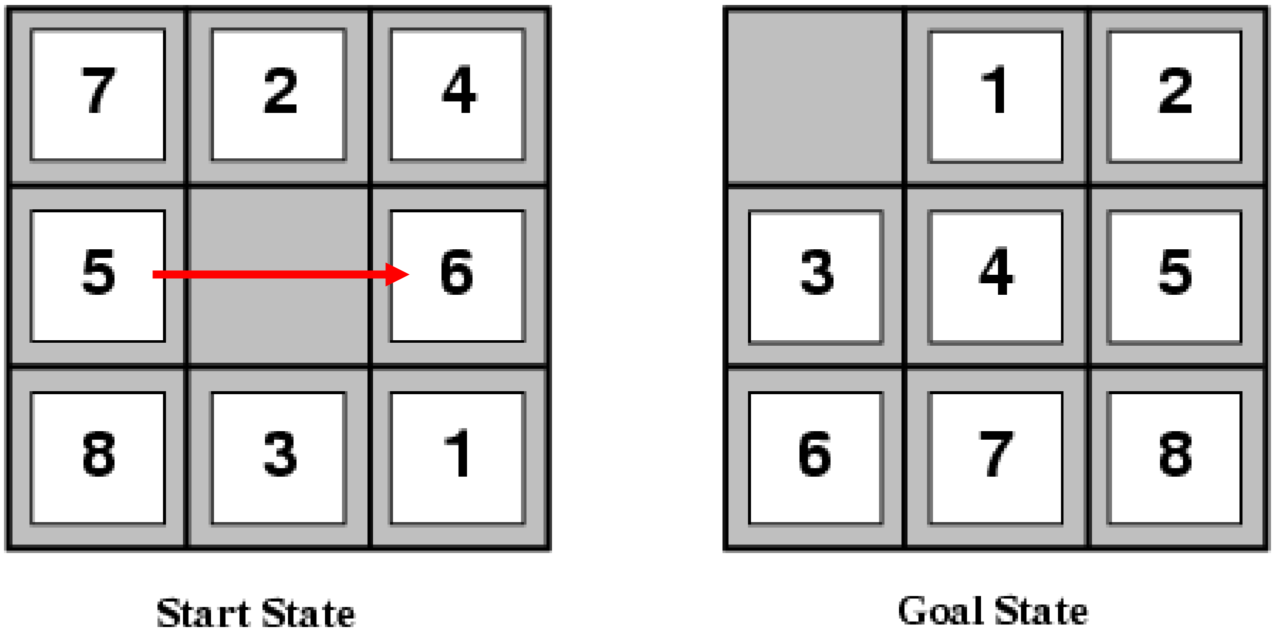
Kosten = 3 + 1

Manhattan-Distanz



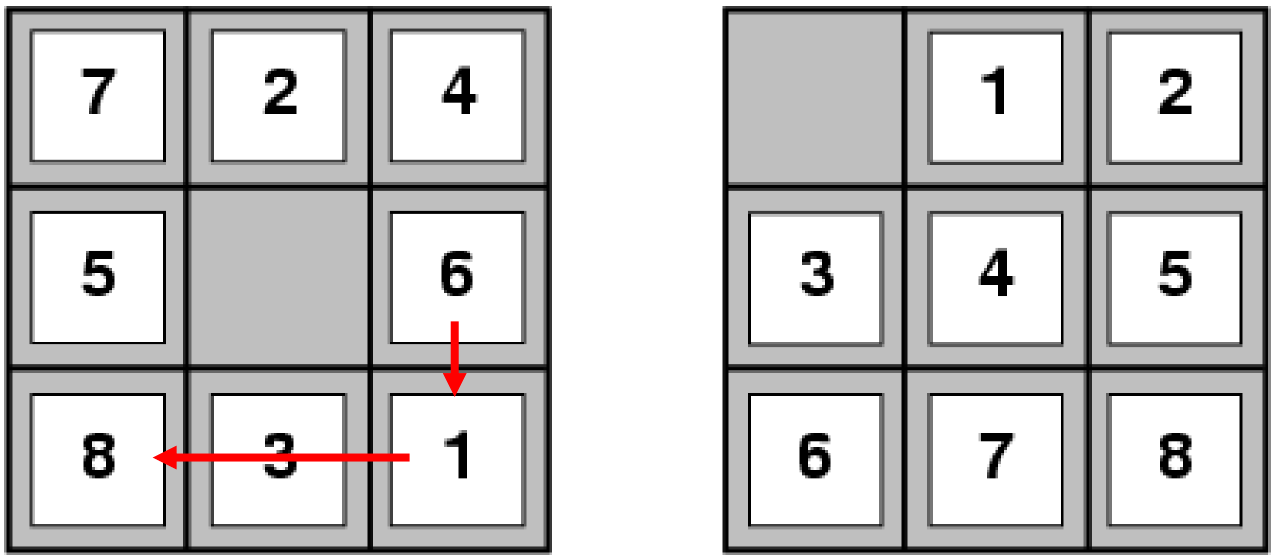
Kosten = 3 + 1 + 2

Manhattan-Distanz



Kosten = 3 + 1 + 2 + 2

Manhattan-Distanz

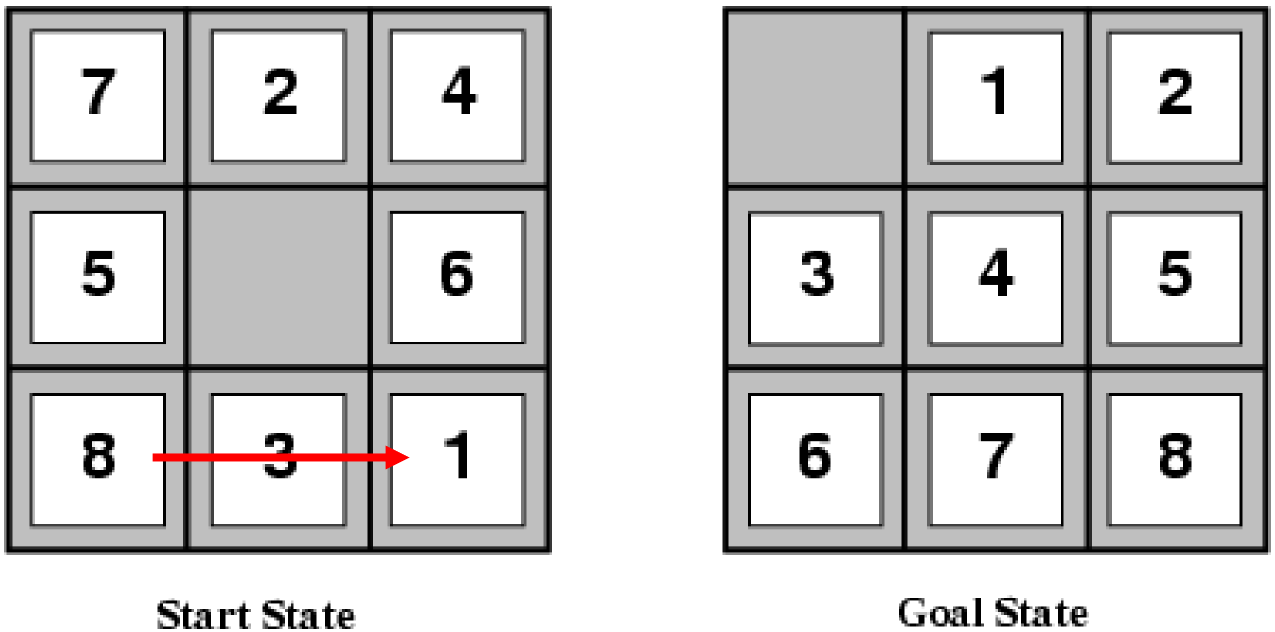


Start State

Goal State

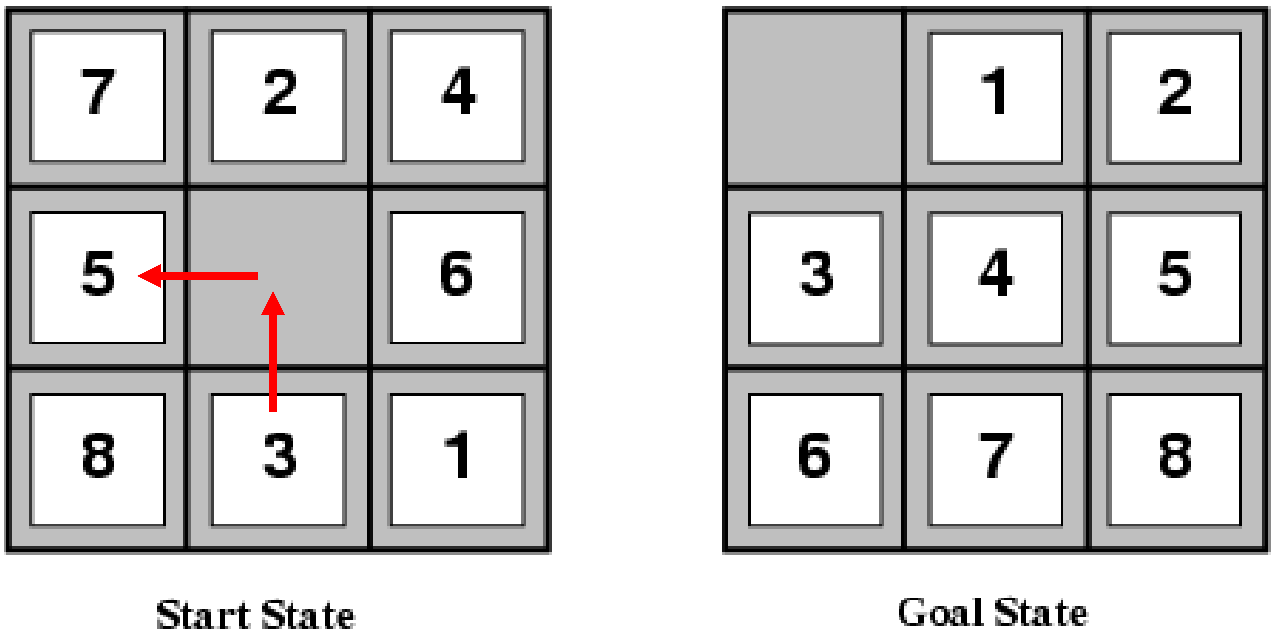
Kosten = 3 + 1 + 2 + 2 + 3

Manhattan-Distanz



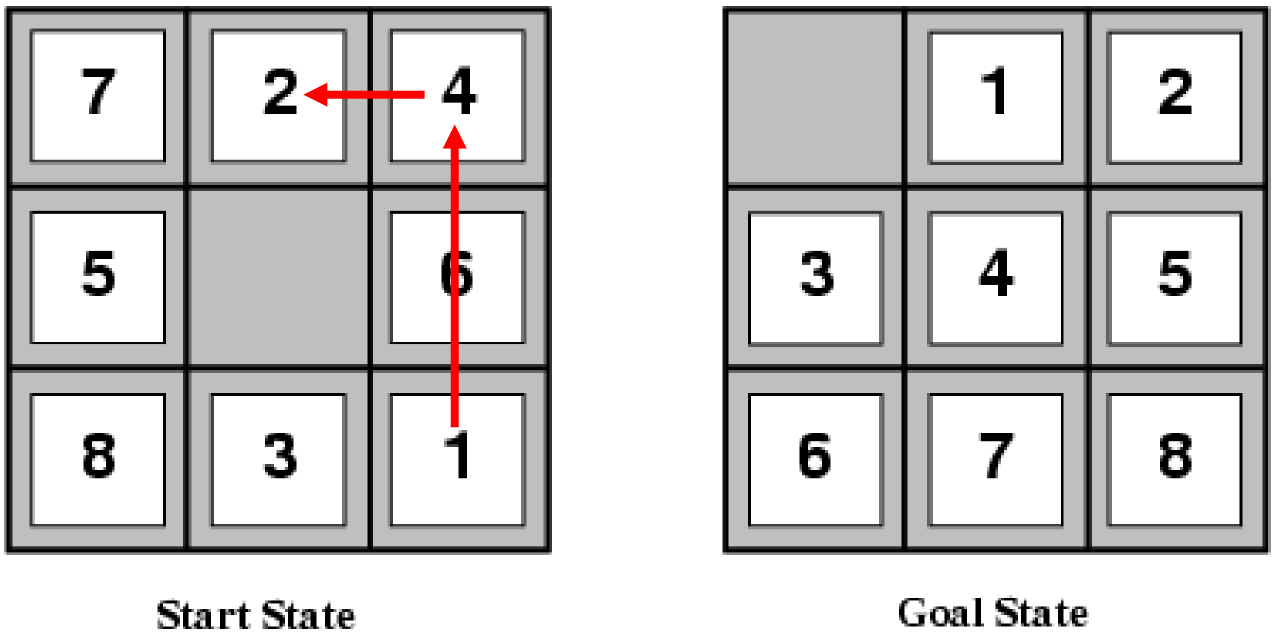
Kosten = 3 + 1 + 2 + 2 + 3 + 2

Manhattan-Distanz



Kosten = 3 + 1 + 2 + 2 + 3 + 2 + 2

Manhattan-Distanz



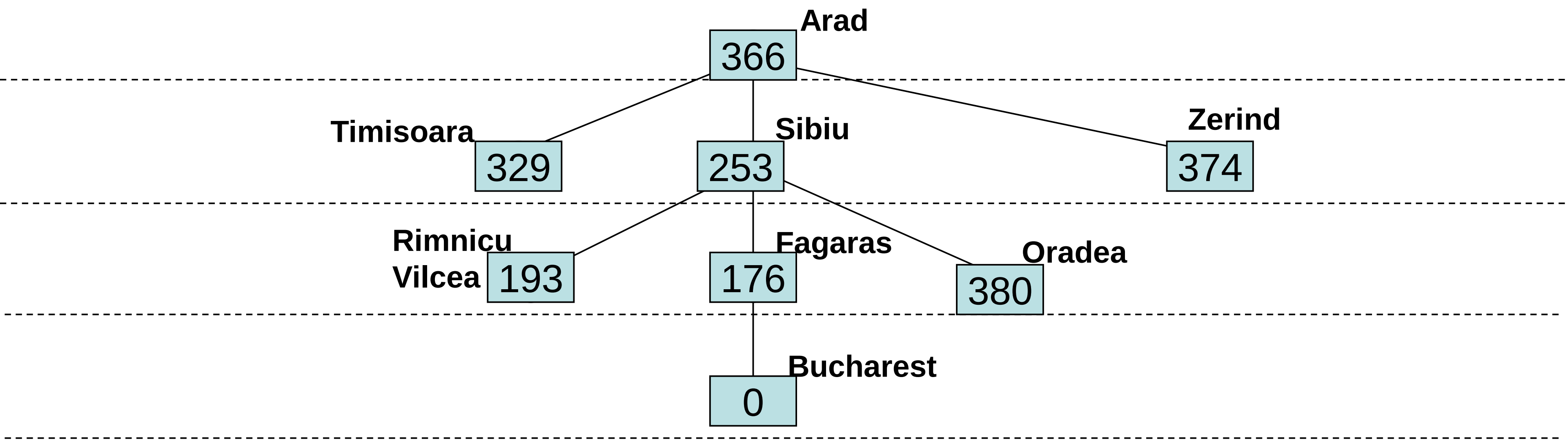
Kosten = 3 + 1 + 2 + 2 + 3 + 2 + 2 + 3 = 18

Restkosten Abschätzung

- Definition von h(n) ist in der Regel problemspezifisch
- Möglich durch zusätzliche externe Informationen
  - Luftlinie
- Als Heuristikfunktion h(n), die selbst erst berechnet werden muss
  - Vereinfachte Spielregeln & Schummeln
  - Kann selbst ein zu lösendes nicht triviales Suchproblem sein
- Überschätzen / Unterschätzen (später wichtig) ?

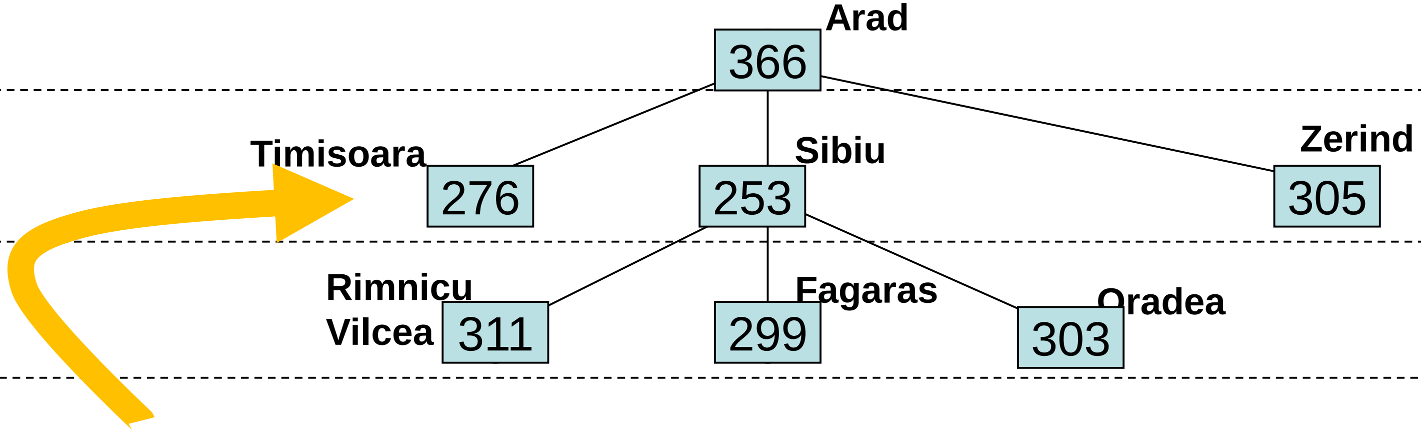
Greedy-Suche

Die Greedy Suche expandiert immer den Knoten mit den geringsten zu erwartenden Restkosten (f(n) = h(n))



Greedy-Suche

Greedy Suche wird oft falsch verstanden
siehe folgendes modifizierte Beispiel



Welcher Knoten wird als nächstes expandiert?

Eigenschaften: Greedy Suche

- Vollständigkeit:

  NEIN: Der Suchraum kann unendlich sein. Beginnt die Suche in einem unendlichen Zweig mit niedrigen Werten für h(n), werden Lösungen in anderen nicht gefunden

- Optimalität:

  NEIN: Der zuerst expandierte Zweig kann eine Lösung entalten, deren Gesamtkosten höher sind als die der optimale Lösung (Wenn viele kleine Schritte nötig sind)

- Zeitkomplexität:

  $O(b^m)$: Es müssen (fast) alle möglichen Knoten eines Zweigs expandiert werden, auch wenn keine Lösung enthalten ist.

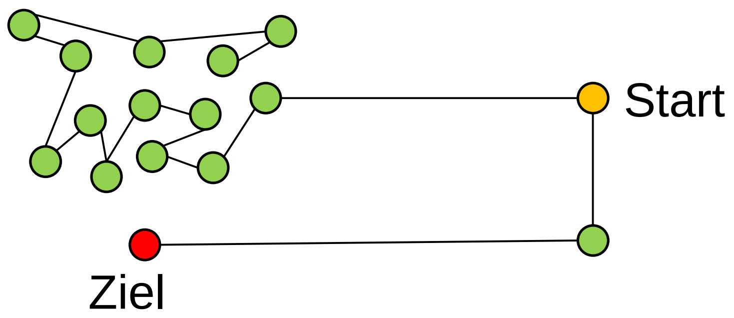
- Speicherkomplexität:

  $O(b^m)$: Es müssen (fast) alle möglichen Knoten gespeichert werden, da jeder zur endgültigen Lösung gehören kann.

d = Tiefe der Lösung
m = Max.Tiefe des Suchbaums
b = Branching Faktor
c = Kosten der Lösung
e = Minimale Kosten pro Schritt

Greedy-Suche

- Alle “theoretischen Eigenschaften” sind schlecht
  - Weil sich worst case Scenarien konstruieren lassen, in denen das Suchverfahren in die Irre läuft

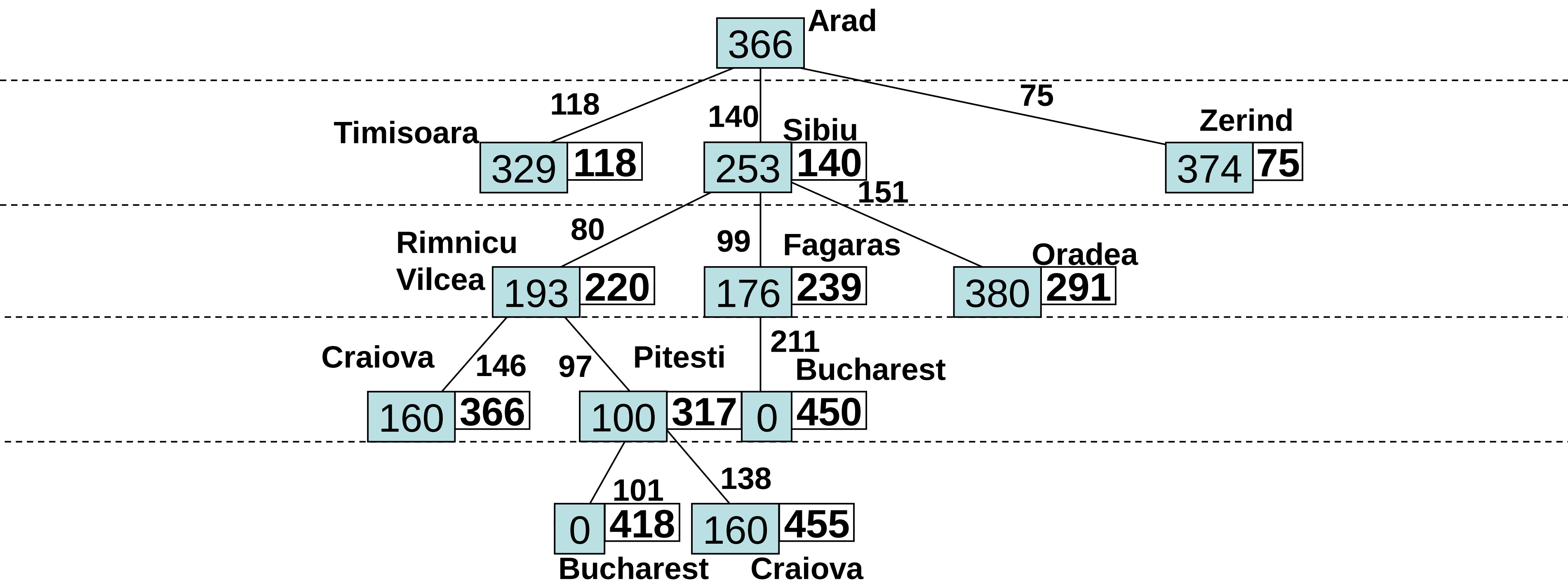


Heuristik = Luftlinie

- Aber: In vielen konkreten Anwendungsfällen tauchen solche Spezialfälle nicht auf
    - Greedy Suche funktioniert oft gut!

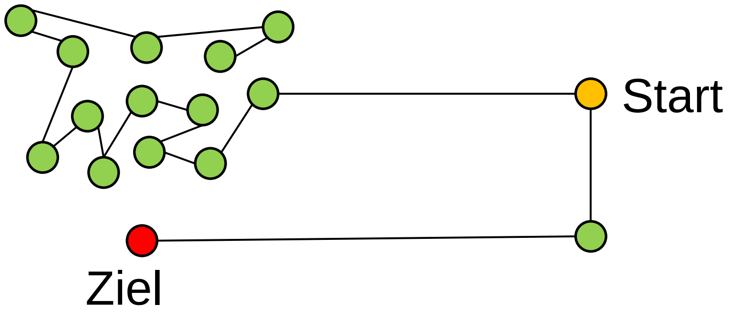
A* Suche

Die A* Suche expandiert immer den Knoten mit den geringsten zu erwartenden Gesamtkosten, d.h.$f(n)= g(n)+h(n)$.



Greedy-Suche vs A* Suche

- Vergleich anhand des zuvor betrachteten Beispiels:



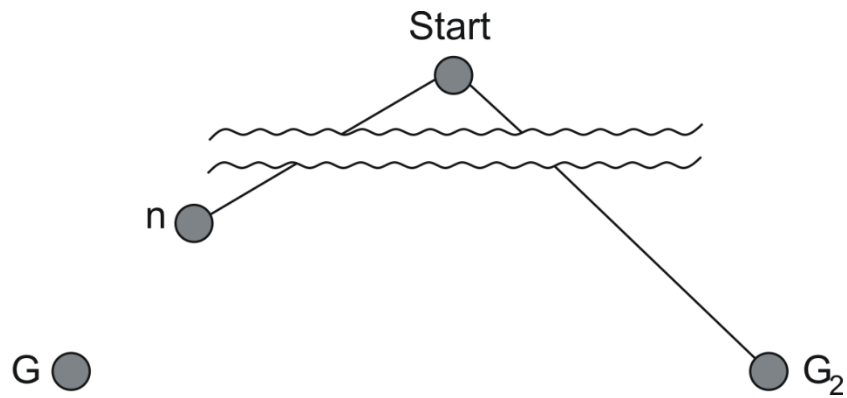
Heuristik = Luftlinie

Ist A* Optimal ?

Wenn nein, warum nicht…

Optimalität von A*

Sei G_2 eine nicht-optimale Lösung in Suchbaum und n ein beliebiger Knoten auf dem Pfad zur optimalen Lösung G



Angenommen die Kosten der optimalen Lösung f(G) = C.

Da G_2 nicht optimal ist, gilt $f(G_2) > C$

Es bleibt zu zeigen, dass $f(n) \leq C$, da in diesem Fall stets n und nie G_2 expandiert wird.

Optimalität von A*

- Wir müssen zeigen, dass $f(n) \leq C$.

- Dies ist dann der Fall, wenn wir $h(n)$ so wählen, dass $h(n)$ immer kleiner
- ist als die tatsächlichen Restkosten.

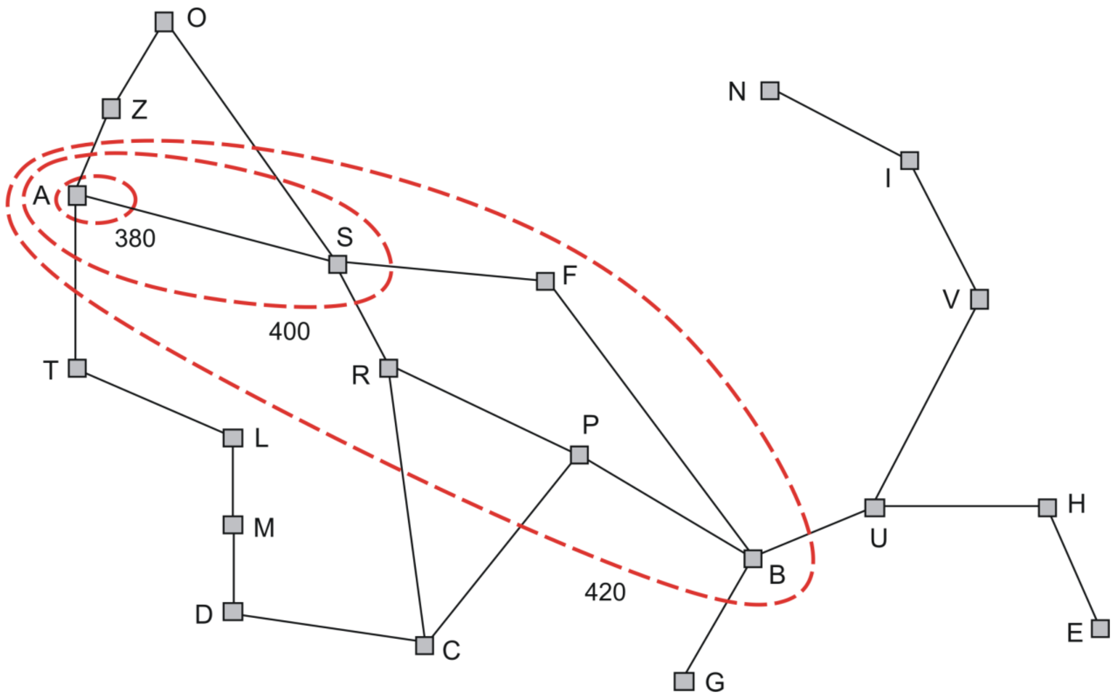
- Dann gilt $f(n) = g(n) + h(n) \leq g(n) +$ tatsächliche Restkosten $= g(G) = f(G) = C$

- Hieraus ergibt sich: $f(n) < f(G_2)$ für alle n auf dem Lösungs-Pfad (einschliesslich G).

- In diesem Fall wird G_2 niemals vor G expandiert.

- Heuristiken h, die diese Eigenschaft aufweisen, werden “admissible” genannt

Optimale Effizienz von A*



Konsequenzen:

- A* expandiert Knoten nach aufsteigendem Wert von f(n)
- A* expandiert alle Knoten mit f(n) ≤ C,
- A* expandiert keine Knoten mit f(n) > C (“Pruning”)
- Jeder Algorithmus, der weniger Knoten expandiert ignoriert mögliche Lösungen !

Zusammenfassung

- Uniforme Kostensuche
  - Eine Alternative zur Breitensuche, die Kosten berücksichtigt
  - Leidet unter ähnlichen Komplexitätsproblemen

- Greedy-Suche
  - Verwendet eine Heuristik zur Abschätzung der Restkosten
  - Ist nicht optimal, bei realen Probleme jedoch oft sehr effizient

- A* Suche
  - Die Methode der Wahl, wenn "gute" Heuristiken vorhanden sind
  - Sehr attraktive theoretische Eigenschaften, da es bewiesenermaßen keine effizienteres optimales Verfahren geben kann
  - Im vielen Fällen allerdings immer noch exponentiell

- **Heuristiken über zu erwartenen Kosten können helfen**
- **Qualität der verwendeten Heuristiken ist entscheidend**

Vorausschau

- Spielbaumsuche = Suchverfahren als Grundlage für eine Spiele KI
- Bisher:
  - **Vollständig beobachtbar** vs. teilweise beobachtbar
  - **Deterministisch** vs. stochastisch
  - Episodisch vs. **sequenziell**
  - **Statisch** vs. dynamisch
  - **Diskret** vs. stetig
  - **Einzelagent** vs. Multiagent

Vorausschau

- Spielbaumsuche = Suchverfahren als Grundlage für eine Spiele KI
- Im folgenden wird es etwas schwerer:
  - **Vollständig beobachtbar** vs. teilweise beobachtbar
  - **Deterministisch** vs. stochastisch
  - Episodisch vs. **sequenziell**
  - **Statisch** vs. dynamisch
  - **Diskret** vs. stetig
  - Einzelagent vs. **Multiagent**